Regresores cualitativos

Contents

1 Regresores cualitativos con dos niveles **1**
- 1.1 Variables auxiliares . . . 1
- 1.2 Factores . . . 2
- 1.3 Variables auxiliares 1 . . . 3
- 1.4 Factores 1 . . . 4
- 1.5 Modelo sin ordenada en el origen . . . 5

2 Regresores cualitativos con más de dos niveles **6**
- 2.1 Variables auxiliares . . . 6
- 2.2 Factores . . . 7

3 Modelo con más de un regresor cualitativo **10**

4 Modelo con regresores cualitativos y cuantitativos **10**
- 4.1 Variables auxiliares . . . 10
- 4.2 Factores . . . 11

5 Modelo con interacción entre regresores cuantitativos y cualitativos **12**
- 5.1 Variables auxiliares . . . 12
- 5.2 Factores . . . 13

1 Regresores cualitativos con dos niveles

Las variables cualitativas se representan en R con *factores*. En este caso hay dos variables cualitativas, *mom_hs* y *mom_work*. Como no son factores, se van a convertir a factor:

```
d = read.csv("datos/kidiq.csv")
str(d)
```

```
## 'data.frame':    434 obs. of  5 variables:
##  $ kid_score: int  65 98 85 83 115 98 69 106 102 95 ...
##  $ mom_hs   : int  1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 ...
##  $ mom_iq   : num  121.1 89.4 115.4 99.4 92.7 ...
##  $ mom_work : int  4 4 4 3 4 1 4 3 1 1 ...
##  $ mom_age  : int  27 25 27 25 27 18 20 23 24 19 ...
```

```
d$mom_hs = factor(d$mom_hs, labels = c("no", "si"))
d$mom_work = factor(d$mom_work, labels = c("notrabaja", "trabaja23", "trabaja1_parcial", "trabaja1_compl
```

1.1 Variables auxiliares

La primera opción para incluir regresores cualitativos en el modelo es crear variables auxiliares con valores cero - uno. En este caso se crea la variable auxiliar *secundaria_si*:

- secundaria_si = 1, si la madre ha terminado secundaria (mom_hs = si)
- secundaria_si = 0, si la madre no ha terminado secundaria (mom_hs = no)

```
secundaria_si = ifelse(d$mom_hs == "si", 1, 0)
```

El modelo estadístico que vamos a estimar es:

$$kid\_score_i = \beta_0 + \beta_1 secundaria\_si_i + e_i$$

```
m = lm(kid_score ~ secundaria_si, data = d)
coef(m)
```

```
##   (Intercept) secundaria_si
##      77.54839      11.77126
```

El el fondo tenemos dos modelos, uno para las madres que han terminado secundaria y otro para los que no han terminado:

- Madres sin secundaria terminada (variable secundaria_si = 0): El modelo correspondiente es

$$kid\_score_i = \beta_0 + e_i, \quad i \in 1, 2, \cdots, n_0$$

donde n_0 es el numero de madres sin secundaria. Si sumamos en ambos lados del modelo se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n_0} kid\_score_i = \sum_{i=1}^{n_0} \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_0} e_i = n_0\beta_0 \Rightarrow \beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} kid\_score_i}{n_0}$$

Es decir, que β_0 representa la puntuación media de los chicos cuya madre no ha terminado secundaria, 77.5483871

```
mean(d$kid_score[d$mom_hs == "no"])
```

```
## [1] 77.54839
```

- Madres con secundaria terminada (variable secundaria_si = 1): el modelo correspondiente es

$$kid\_score_i = \beta_0 + \beta_1 + e_i, \quad i \in 1, 2, \cdots, n_1$$

donde n_1 es el numero de madres con secundaria. Si sumamos en ambos lados del modelo se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n_1} kid\_score_i = \sum_{i=1}^{n_1} (\beta_0 + \beta_1 + e_i) = n_1(\beta_0 + \beta_1) \Rightarrow \beta_0 + \beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} kid\_score_i}{n_1}$$

Es decir, que $\beta_0 + \beta_1$ representa la puntuación media de los chicos cuya madre ha terminado secundaria, 89.3196481. Por tanto, β_1 representa la diferencia entre las puntuaciones medias.

```
mean(d$kid_score[d$mom_hs == "si"])
```

```
## [1] 89.31965
```

1.2 Factores

Una manera más elegante de estimar estos modelos en R es utilizar directamente los factores en la formula de lm():

```
m = lm(kid_score ~ mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_hs, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -57.55 -13.32   2.68  14.68  58.45
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   77.548      2.059  37.670  < 2e-16 ***
## mom_hssi      11.771      2.322   5.069 5.96e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 19.85 on 432 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.05613,    Adjusted R-squared:  0.05394
## F-statistic: 25.69 on 1 and 432 DF,  p-value: 5.957e-07
```

Internamente, R ha creado la variable auxiliar *mom_hssi*, que toma los valores

- mom_hssi = 1 si mom_hs = si
- mom_hssi = 0 si mom_hs = no.

R asigna los valores 0 y 1 en función de los niveles del factor:

```
levels(d$mom_hs)
```

```
## [1] "no" "si"
```

```
contrasts(d$mom_hs)
```

```
##    si
## no  0
## si  1
```

1.3 Variables auxiliares 1

También se podía haber creado la variable auxiliar *secundaria_no*:

- secundaria_no = 0, si la madre ha terminado secundaria (mom_iq = si)
- secundaria_no = 1, si la madre no ha terminado secundaria (mom_iq = no)

```
secundaria_no = ifelse(d$mom_hs == "no", 1, 0)
```

El modelo estadístico que vamos a estimar ahora es:

$$kid\_score_i = \beta_0 + \beta_1 secundaria\_no_i + e_i$$

```
m = lm(kid_score ~ secundaria_no, data = d)
coef(m)
```

```
##   (Intercept) secundaria_no
##      89.31965     -11.77126
```

Los dos modelos que tenemos ahora son:

- Madres con secundaria terminada (variable secundaria_no = 0): El modelo correspondiente es

$$kid\_score_i = \beta_0 + e_i$$

Razonando igual que antes tenemos que β_0 representa la puntuación media de los chicos cuya madre ha terminado secundaria, 89.3196481. Como vemos el valor coincide con lo obtenido antes.

- Madres sin secundaria terminada (variable secundaria_no = 1): el modelo correspondiente es

$$kid\_score_i = \beta_0 + \beta_1 + e_i$$

Por tanto, $\beta_0 + \beta_1$ representa la puntuación media de los chicos cuya madre no ha terminado secundaria. Sumando se obtiene

```
coef(m)[1] + coef(m)[2]
```

```
## (Intercept)
##    77.54839
```

En este caso, β_1 sigue representando la diferencia entre las puntuaciones medias.

1.4 Factores 1

Este nuevo modelo se introduce en lm() cambiando el nivel de referencia de la variable factor. Los niveles que tiene actualmente la variable son

```
levels(d$mom_hs)
```

```
## [1] "no" "si"
```

EL nivel de referencia es "no". Los valores que R asigna internamente a cada nivel son

```
contrasts(d$mom_hs)
```

```
##    si
## no  0
## si  1
```

Cambiamos el nivel de referencia:

```
d$mom_hs = relevel(d$mom_hs, ref = "si")
levels(d$mom_hs)
```

```
## [1] "si" "no"
```

Por tanto, los valores que asigna R a los distintos niveles son

```
contrasts(d$mom_hs)
```

```
##    no
## si  0
## no  1
```

Ahora se puede aplicar la función lm():

```
m = lm(kid_score ~ mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_hs, data = d)
##
```

```
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -57.55 -13.32   2.68  14.68  58.45
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   89.320      1.075  83.082  < 2e-16 ***
## mom_hsno     -11.771      2.322  -5.069 5.96e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 19.85 on 432 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.05613,    Adjusted R-squared:  0.05394
## F-statistic: 25.69 on 1 and 432 DF,  p-value: 5.957e-07
```

Vemos que ahora R ha creado la variable auxiliar *mom_hsno*, que toma los valores

- mom_hsno = 0 si mom_hs = si
- mom_hsno = 1 si mom_hs = no.

1.5 Modelo sin ordenada en el origen

Una tercera opción es utilizar el modelo sin ordenada en el origen:

$$kid\_score = \beta_1 secundaria\_si + \beta_2 secundaria\_no + e$$

en el que se utilizan las dos variables auxiliares pero se elimina el parámetro β_0. Los modelos ahora son:

- madre que si ha terminado secundaria: secundaria_si = 1, secundaria_no = 0

$$kid\_score = \beta_1 + e$$

- madre que no ha terminado secundaria: secundaria_si = 0, secundaria_no = 1

$$kid\_score = \beta_2 + e$$

Luego β_1 representa la puntuación media de los chicos cuya madre ha terminado secundaria y β_2 representa la puntuación media de los chicos cuya madre NO ha terminado secundaria.

```
m = lm(kid_score ~ 0 + secundaria_si + secundaria_no, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ 0 + secundaria_si + secundaria_no, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -57.55 -13.32   2.68  14.68  58.45
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## secundaria_si   89.320      1.075   83.08   <2e-16 ***
## secundaria_no   77.548      2.059   37.67   <2e-16 ***
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 19.85 on 432 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9506, Adjusted R-squared:  0.9504
## F-statistic:  4161 on 2 and 432 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Con factores:

```
m = lm(kid_score ~ 0 + mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ 0 + mom_hs, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -57.55 -13.32   2.68  14.68  58.45
##
## Coefficients:
##          Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## mom_hssi   89.320      1.075   83.08   <2e-16 ***
## mom_hsno   77.548      2.059   37.67   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 19.85 on 432 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9506, Adjusted R-squared:  0.9504
## F-statistic:  4161 on 2 and 432 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

2 Regresores cualitativos con más de dos niveles

2.1 Variables auxiliares

En el caso de tener regresores cualitativos con más de dos niveles:

```
levels(d$mom_work)
```

```
## [1] "notrabaja"         "trabaja23"         "trabaja1_parcial"  "trabaja1_completo"
```

Definimos las variables axiliares:

- notrabaja_si = 1 si mom_work = notrabaja
- trabaja23_si = 1 si mom_work = trabaja23
- trabaja1_parcial_si = 1 si mom_work = trabaja1_parcial
- trabaja1_completo_si = 1 si mom_work = trabaja1_completo

```
notrabaja_si = ifelse(d$mom_work == "notrabaja", 1, 0)
trabaja23_si = ifelse(d$mom_work == "trabaja23", 1, 0)
trabaja1_parcial_si = ifelse(d$mom_work == "trabaja1_parcial", 1, 0)
trabaja1_completo_si = ifelse(d$mom_work == "trabaja1_completo", 1, 0)
```

Como la variable cualitativa tiene **cuatro niveles**, con **tres variables auxiliares** representamos todos los casos. El modelo general es:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 trabaja23\_si + \beta_2 trabaja1\_parcial\_si + \beta_3 trabaja1\_completo\_si + e$$

- El modelo para las madres que no han trabajado es

$$kid\_score = \beta_0 + e$$

ya que en este caso trabaja23_si = 0, trabaja1_parcial_si = 0 y trabaja1_completo_si = 0. Por tanto, la puntuación media de los chicos cuya madre no han trabajado es β_0.

- El modelo para las madres que trabajaron el segundo o tercer año es:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 + e$$

por tanto β_1 representa las diferencias entre la puntuación media de los chicos cuya madre no trabaja y los de las madres que trabajaron el segunto o tercer año.

- El modelo para las madres que trabajaron el primer año a tiempo parcial es:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_2 + e$$

- Por último, el modelo para las madres que trabajaron el primer año a tiempo completo es:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_3 + e$$

En R:

```
m = lm(kid_score ~ trabaja23_si + trabaja1_parcial_si + trabaja1_completo_si, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ trabaja23_si + trabaja1_parcial_si +
##     trabaja1_completo_si, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -65.85 -12.85   2.79  14.15  50.50
##
## Coefficients:
##                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)            82.000      2.305  35.568   <2e-16 ***
## trabaja23_si            3.854      3.095   1.245   0.2137
## trabaja1_parcial_si    11.500      3.553   3.237   0.0013 **
## trabaja1_completo_si    5.210      2.704   1.927   0.0547 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 20.23 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02444,    Adjusted R-squared:  0.01763
## F-statistic:  3.59 on 3 and 430 DF,  p-value: 0.01377
```

2.2 Factores

Utilizando factores se obtienen los mismos resultados:

```
m = lm(kid_score ~ mom_work, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_work, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -65.85 -12.85   2.79  14.15  50.50
##
## Coefficients:
##                           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)                 82.000      2.305  35.568   <2e-16 ***
## mom_worktrabaja23            3.854      3.095   1.245   0.2137
## mom_worktrabaja1_parcial    11.500      3.553   3.237   0.0013 **
## mom_worktrabaja1_completo    5.210      2.704   1.927   0.0547 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 20.23 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02444,    Adjusted R-squared:  0.01763
## F-statistic:  3.59 on 3 and 430 DF,  p-value: 0.01377
```

Comprobamos que internamente R crea variables auxiliares según los valores:

```
levels(d$mom_work)
```

```
## [1] "notrabaja"         "trabaja23"         "trabaja1_parcial"  "trabaja1_completo"
```

```
contrasts(d$mom_work)
```

```
##                   trabaja23 trabaja1_parcial trabaja1_completo
## notrabaja                 0                0                 0
## trabaja23                 1                0                 0
## trabaja1_parcial          0                1                 0
## trabaja1_completo         0                0                 1
```

Podemos hacer otras comparaciones cambiando la variable de referencia:

```
d$mom_work = relevel(d$mom_work, ref="trabaja1_parcial")
levels(d$mom_work)
```

```
## [1] "trabaja1_parcial"  "notrabaja"         "trabaja23"         "trabaja1_completo"
```

```
m = lm(kid_score ~ mom_work, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_work, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -65.85 -12.85   2.79  14.15  50.50
##
## Coefficients:
##                           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)                 93.500      2.703  34.587   <2e-16 ***
## mom_worknotrabaja          -11.500      3.553  -3.237   0.0013 **
## mom_worktrabaja23           -7.646      3.402  -2.248   0.0251 *
```

```
## mom_worktrabaja1_completo   -6.290      3.050  -2.062   0.0398 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 20.23 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02444,    Adjusted R-squared:  0.01763
## F-statistic:  3.59 on 3 and 430 DF,  p-value: 0.01377
```

Como observamos, el nivel de referencia, que en este caso es "trabaja1_parcial", no aparece explícitamente en el modelo. Efectivamente, el modelo sería:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 notrabaja\_si + \beta_2 trabaja23\_si + \beta_3 trabaja1\_completo\_si + e$$

El caso de la variable trabaja1_parcial aparece cuando el resto de variables toma el valor cero. En ese caso el modelos sería:

$$kid\_score = \beta_0 + e$$

Además de cambiar el nivel de referencia, también se podría reordenar los niveles de la variable factor:

```
d$mom_work1 = factor(d$mom_work, levels=c("trabaja1_completo","trabaja23","notrabaja","trabaja1_parcial
levels(d$mom_work1)
```

```
## [1] "trabaja1_completo" "trabaja23"         "notrabaja"         "trabaja1_parcial"
```

```
m = lm(kid_score ~ mom_work1, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_work1, data = d)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -65.85 -12.85   2.79  14.15  50.50
##
## Coefficients:
##                            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)                  87.210      1.413  61.723   <2e-16 ***
## mom_work1trabaja23           -1.356      2.502  -0.542   0.5882
## mom_work1notrabaja           -5.210      2.704  -1.927   0.0547 .
## mom_work1trabaja1_parcial     6.290      3.050   2.062   0.0398 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 20.23 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02444,    Adjusted R-squared:  0.01763
## F-statistic:  3.59 on 3 and 430 DF,  p-value: 0.01377
```

Como vemos de nuevo, el nivel de referencia no aparece explícitamente.

3 Modelo con más de un regresor cualitativo

4 Modelo con regresores cualitativos y cuantitativos

4.1 Variables auxiliares

Lo más frecuente es contar con regresores cualitativos y cuantitativos de manera simultánea. Por ejemplo, vamos a introducir en el modelo el regresor *mom_iq* que es cuantitativo, y el regresor *mom_hs* que es cualitativo. Para este último ya tenemos definida la variable auxiliar:

- secundaria_si = 1, si la madre ha terminado secundaria (mom_iq = si)
- secundaria_si = 0, si la madre no ha terminado secundaria (mom_iq = no)

El modelo que vamos a analizar es

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 mom\_iq + \beta_2 secundaria\_si + e$$

Por tanto:

- si secundaria_si = 0: $kid\_score = \beta_0 + \beta_1 mom\_iq + e$
- si secundaria_si = 1: $kid\_score = (\beta_0 + \beta_2) + \beta_1 mom\_iq + e$

Tenemos dos rectas, **con la misma pendiente** y distinta β_0. En R:

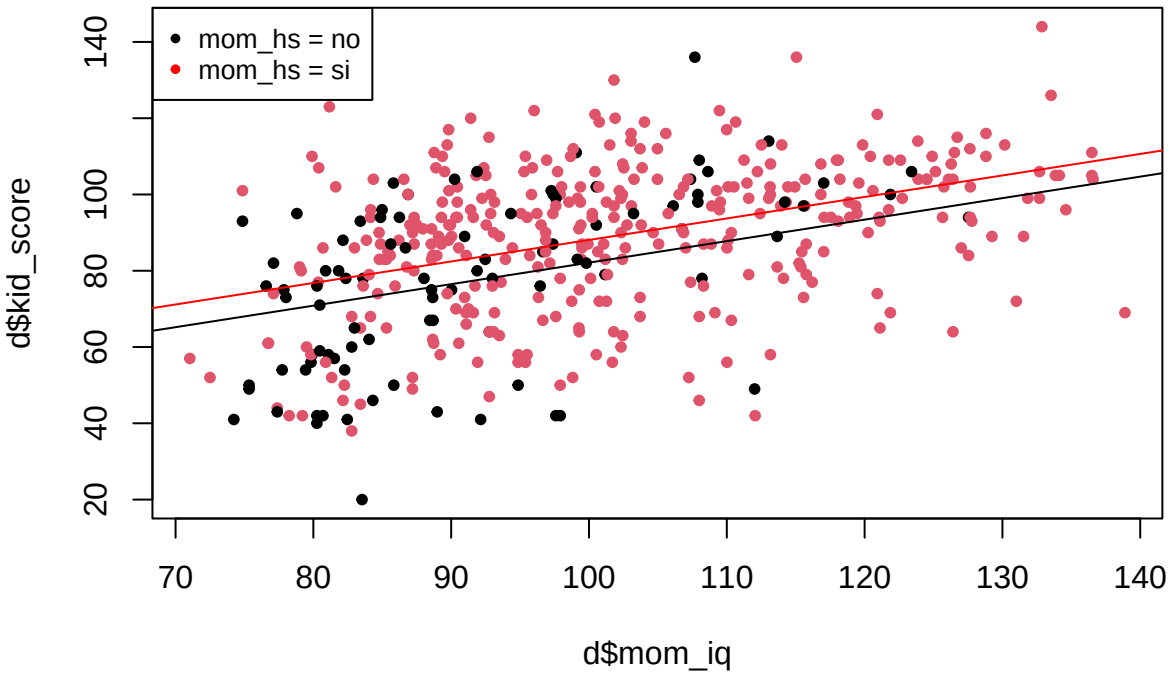
```
m = lm(kid_score ~ mom_iq + secundaria_si, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_iq + secundaria_si, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -52.873 -12.663   2.404  11.356  49.545
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  25.73154    5.87521   4.380 1.49e-05 ***
## mom_iq        0.56391    0.06057   9.309  < 2e-16 ***
## secundaria_si  5.95012    2.21181   2.690  0.00742 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 18.14 on 431 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2141, Adjusted R-squared:  0.2105
## F-statistic: 58.72 on 2 and 431 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Gráficamente:

```
# Para estar seguro del nivel de referencia:
d$mom_hs = relevel(d$mom_hs, ref="no")
```

```
plot(d$mom_iq, d$kid_score, col = d$mom_hs, pch = 20)
abline(a = m$coefficients["(Intercept)"], b = m$coefficients["mom_iq"], col = "black")
abline(a = m$coefficients["(Intercept)"] + m$coefficients["secundaria_si"],
       b = m$coefficients["mom_iq"], col = "red")
legend("topleft", legend = c("mom_hs = no", "mom_hs = si"), col = c("black", "red"), pch = 20, cex = 0.8
```



Si llamamos dif_100 a la diferencia entre la puntuación media de un chico cuya madre tiene mom_iq = 100 y no ha terminado secundaria y la puntuación media de un chico cuya madre tiene mom_iq = 100 y si ha terminado secundaria; y dif_120 a la diferencia entre la puntuación media de un chico cuya madre tiene mom_iq = 120 y no ha terminado secundaria y la puntuación media de un chico cuya madre tiene mom_iq = 120 y si ha terminado secundaria. Entonces, dif_100 = dif_120 = β_2.

4.2 Factores

Si utilizamos directamente los factores en el modelo, R automáticamente crea las variables auxiliares necesarias:

```
m = lm(kid_score ~ mom_iq + mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_iq + mom_hs, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -52.873 -12.663   2.404  11.356  49.545
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 25.73154    5.87521   4.380 1.49e-05 ***
## mom_iq       0.56391    0.06057   9.309  < 2e-16 ***
## mom_hssi     5.95012    2.21181   2.690  0.00742 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 18.14 on 431 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2141, Adjusted R-squared:  0.2105
## F-statistic: 58.72 on 2 and 431 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

El resultado, como no podía ser de otra manera, es el mismo.

5 Modelo con interacción entre regresores cuantitativos y cualitativos

5.1 Variables auxiliares

En el modelo de la sección anterior se ha modelado el efecto de *mom_iq* y *mom_hs* por separado. Sin embargo es posible incluir la interacción de ambas variables, es decir: para las madres que SI terminaron secundaria como influye la variables *mom_iq*, y para las madres que NO terminaron secundaria, como influye *mom_iq*. El modelo se escribe así:

$$kid\_score = \beta_0 + \beta_1 mom\_iq + \beta_2 secundaria\_si + \beta_3 secundaria\_si * mom\_iq + e$$

Como vemos, este modelo incluye dos submodelos:

- si la madre no ha terminado secundaria $secundaria\_si = 0$: $kid\_score = \beta_0 + \beta_1 mom\_iq + e$
- si la madre si ha terminado secundaria $secundaria\_si = 1$: $kid\_score = (\beta_0+\beta_2)+(\beta_1+\beta_3)mom\_iq+e$

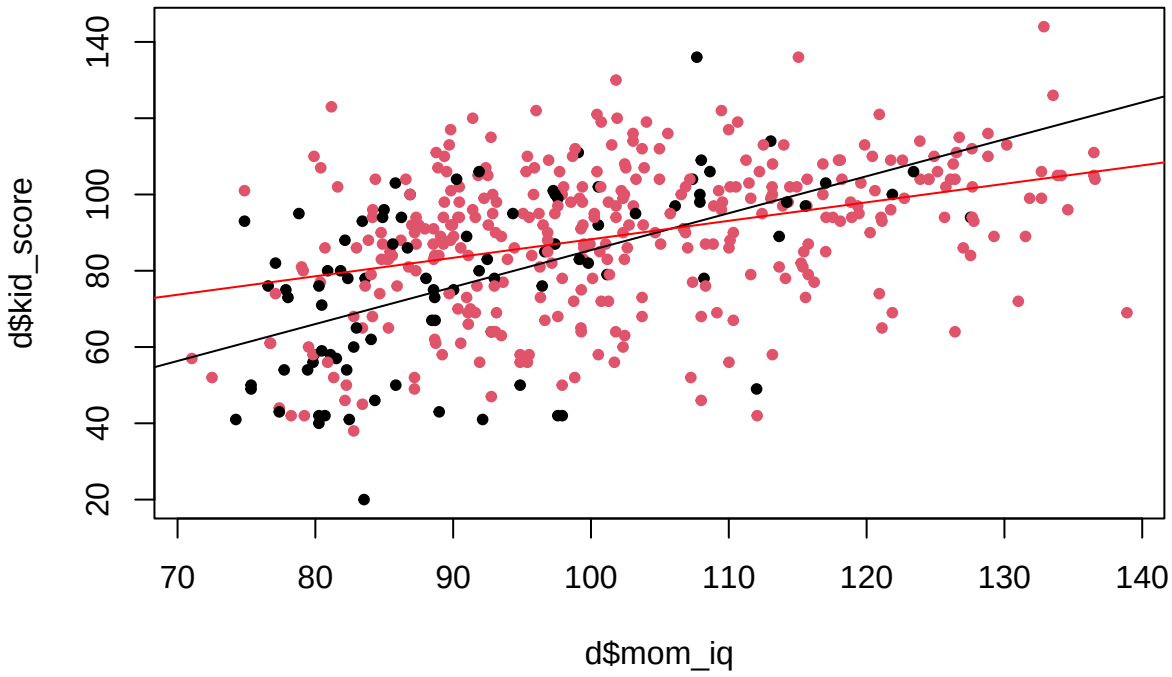
Luego tenemos dos modelos con ordenadas en el origen y pendiente diferentes. En R introducimos la interacción haciendo:

```
m = lm(kid_score ~ mom_iq + secundaria_si + I(mom_iq*secundaria_si), data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_iq + secundaria_si + I(mom_iq *
##     secundaria_si), data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -52.092 -11.332   2.066  11.663  43.880
##
## Coefficients:
##                            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)                -11.4820    13.7580  -0.835 0.404422
## mom_iq                       0.9689     0.1483   6.531 1.84e-10 ***
## secundaria_si               51.2682    15.3376   3.343 0.000902 ***
## I(mom_iq * secundaria_si)   -0.4843     0.1622  -2.985 0.002994 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 17.97 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2301, Adjusted R-squared:  0.2247
## F-statistic: 42.84 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Gráficamente:

```
plot(d$mom_iq, d$kid_score, col = d$mom_hs, pch = 20)
abline(a = m$coefficients["(Intercept)"], b = m$coefficients["mom_iq"], col = "black")
abline(a = m$coefficients["(Intercept)"] + m$coefficients["secundaria_si"],
       b = m$coefficients["mom_iq"] + m$coefficients["I(mom_iq * secundaria_si)"], col = "red")
```



En este modelo, la diferencia entre puntuaciones medias de chicos no es constante como antes, depende simultáneamente del valor de mom_iq de su madre y de si terminó o no la secundaria.

5.2 Factores

Con factores, la interacción entre variables se incluye con los dos puntos:

```
m = lm(kid_score ~ mom_iq + mom_hs + mom_iq:mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_iq + mom_hs + mom_iq:mom_hs, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -52.092 -11.332   2.066  11.663  43.880
##
## Coefficients:
##                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)     -11.4820    13.7580  -0.835 0.404422
## mom_iq            0.9689     0.1483   6.531 1.84e-10 ***
## mom_hssi         51.2682    15.3376   3.343 0.000902 ***
## mom_iq:mom_hssi  -0.4843     0.1622  -2.985 0.002994 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 17.97 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2301, Adjusted R-squared:  0.2247
## F-statistic: 42.84 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Otra alternativa es utilizar el signo de multiplicación, que incluye los regresores por separado y la interacción:

```r
m = lm(kid_score ~ mom_iq * mom_hs, data = d)
summary(m)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = kid_score ~ mom_iq * mom_hs, data = d)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -52.092 -11.332   2.066  11.663  43.880
##
## Coefficients:
##                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)     -11.4820    13.7580  -0.835 0.404422
## mom_iq            0.9689     0.1483   6.531 1.84e-10 ***
## mom_hssi         51.2682    15.3376   3.343 0.000902 ***
## mom_iq:mom_hssi  -0.4843     0.1622  -2.985 0.002994 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 17.97 on 430 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2301, Adjusted R-squared:  0.2247
## F-statistic: 42.84 on 3 and 430 DF,  p-value: < 2.2e-16
```